JAPLA シンポジウム資料 2009/12/5

Jのビット毎(bitwise)演算(b.)と２進法の計算

西川 利男

JAPLAの先月例会で、鈴木義一郎氏よりJ602の新しい機能、ビット毎(bitwise)演算のプリミティブ(b.)が紹介された。実は、筆者自身も、今年の日本技術史教育学会(2009/6/13、東京、工学院大)で「コンピュータの計算はなぜ２進法で行なうのか？」なる講演発表を行い、また先日(11/17)は、めぐろ江戸思想の会で同じ演題で講演を依頼されるなど、このようなテーマには興味を持っている。

２進演算、ブール代数はコンピュータの内部処理、いわゆるシステム処理として必須の機能であるが、BASICなど通常のプログラミング言語ではほとんど不可能である。システム言語Cでのみ可能であるが、Jのこの機能は極めてユニークな特徴である。

今回J602のビット毎(bitwise)演算を先の２進法計算プログラムに適用してみた。

１．コンピュータのハードウェア内部で計算はどうやって行なわれるのか

「コンピュータの内部では計算は２進法で行なわれる」とよく言われる。このことを基本に戻って考えてみよう。

さて、２進法での足し算は次の４種類だけである。

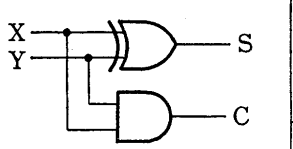
```
  0     0     1     1
  0     1     0     1
----  ----  ----  ----

  0     1     1    10
```

この際、１桁のビットの演算とともに、同時に桁上げという操作が必要である。

このような操作を電子回路で行なうには、以下のようなHalf AdderとFull Adderなるハードウェア・デバイスにより行なわれる。

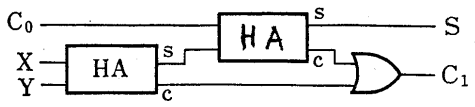
(a) 加算回路

半加算器（Half Adder）



X	0	1	0	1
Y	0	0	1	1
S	0	1	1	0
C	0	0	0	1

全加算器（Full Adder）



X	0	1	0	0	1	1	0	1
Y	0	0	1	0	1	0	1	1
C_0	0	0	0	1	0	1	1	1
S	0	1	1	1	0	0	0	1
C_1	0	0	0	0	1	1	1	1

このような操作を２進数の必要な桁数だけ行うことができる電子回路を実装することがコンピュータ内のすべての計算の基礎になる。

ところで、このような計算操作を２進法以外、例えば１０進法でも行なえるだろうか。

実は、コンピュータの草創期には、アメリカでも日本でも１０進法の電子計算機は結構あり、EDSACは２進法だが、最初のENIACは10進法だった、ということである。

しかし、回路の簡明化などのため、結局は2進法の計算機だけになった。

プログラム内蔵の電子計算機のパイオニアであるフォン・ノイマン、ウィルクスなどが２進法を採用したことは大変な先見のたまものであった。

高橋秀俊「電子計算機の誕生」中公新書(1972), p.23, 129-134

２．Ｊのブール代数演算のプリミティブ

Ｊには以前からブール代数のためのプリミティブがあるが、J602の新しい機能(b.)はこれらを拡充したものである。なお、プリミティブb.自身は副詞であり、左引数をとって動詞として使われる。これらを比較してみる。

機能		J402	J602
NOT	否定	-.	10 b. 26 b.
AND	論理積	*.	1 b. 17 b.
NAND	否定論理積	*:	14 b. 30 b.
OR	論理和	+.	7 b. 23 b.
NOR	否定論理和	+:	8 b. 24 b.
XOR (Exclusive OR)	排他的論理和	~:	6 b. 22 b.
回転			32 b.
シフト			33 b.
符号付シフト			34 b.

２つには、次のような使い方の異同がある。

```
   0 0 1 1 *. 0 1 0 1
0 0 0 1
   0 0 1 1 (17 b.) 0 1 0 1
0 0 0 1
   0 0 1 1 (1 b.) 0 1 0 1
0 0 0 1
   3 (17 b.) 5
1
   3 (1 b.) 5
|domain error
|   3    (1 b.)5
   3 *. 5    NB. 最小公倍数
15

   0 0 1 1 +. 0 1 0 1
0 1 1 1
   0 0 1 1 (23 b.) 0 1 0 1
```

```
0 1 1 1
   0 0 1 1 (7 b.) 0 1 0 1
0 1 1 1
   3 (23 b.) 5
7
   3 (7 b.) 5
|domain error
|   3    (7 b.)5
   3 +. 5    NB. 最大公約数
1
```

３．Half Adder, Full Adder のプログラム

```
NB. Adder and Half_adder

halfadd =: 3 : 0
:
s =. x (6 b.) y     NB. Exclusive OR
c =. x (1 b.) y     NB. And
s, c
)
NB. fulladd X, Y, Carry => Result, Carry
fulladd =: 3 : 0
'X Y C0' =. y
'S0 Ca' =. X halfadd Y
'S Cb' =. C0 halfadd S0
C1 =. Cb (7 b.) Ca  NB. OR
S, C1
)

   fulladd 0 0 0
0 0
   fulladd 1 0 0
1 0
   fulladd 0 1 0
1 0
   fulladd 0 0 1
1 0
   fulladd 1 1 0
0 1
   fulladd 1 0 1
0 1
   fulladd 0 1 1
0 1
   fulladd 1 1 1
```

1 1

４．２進法の足し算のプログラムと実行例

```
NB. Binary Addition 2009/11/30
NB.   revised using half_adder and full_adder
NB. imported from binary_add.js on J305, 2008/12/13
wr  =: 1!:2&2
rd  =: 1!:1
add =: 3 : 0
:
N =. 2 + <. 2 ^. x + y
xb =. #: x
yb =. #: y
wr 'X:', (": X =. (-N) {. xb), ' (= ', (":x), ' decimal)'
wr 'Y:', (": Y =. (-N) {. yb), ' (= ', (":y), ' decimal)'
i =. N - 1
C =. 0
Z =. ''
while. i > 0
  do.
    wr '==============='
    wr 'step: ', ": N - i
    wr 'X:', ": ((i)#_), (i{X), ((N-1)-i)#_
    wr 'Y:', ": ((i)#_), (i{Y), ((N-1)-i)#_
    wr 'C:', ": ((i)#_),  C, ((N-1)-i)#_
    NB. Revised Using fulladd and halfadd
    'T C' =. fulladd (i{X), (i{Y), C
    wr '---------------'
    wr 'Z:', (": ((i-1)#_), C, T, ((N-1)-i)#_ ), ' (Carry & Result)'
    yn =. rd 1
    if. 1 = #yn do. return. end.
    Z =. T, Z
    i =. i - 1
  end.
wr 'Final Result:'
wr 'Z = X + Y'
ZA =. C, Z
wr 'Z:', (": ZA =. C, Z), ' (= ', (":#. ZA), ' decimal)'
wr '=============== '
'decimal calc.: ', (":x), ' + ', (":y), ' = ', ": #. ZA
)



   13 add 7
X:0 0 1 1 0 1 (= 13 decimal)
Y:0 0 0 1 1 1 (= 7 decimal)
```

```
===============
step: 1
X:_ _ _ _ _ 1
Y:_ _ _ _ _ 1
C:_ _ _ _ _ 0
---------------
Z:_ _ _ _ 1 0 (Carry & Result)

===============
step: 2
X:_ _ _ _ 0 _
Y:_ _ _ _ 1 _
C:_ _ _ _ 1 _
---------------
Z:_ _ _ 1 0 _ (Carry & Result)

===============
step: 3
X:_ _ _ 1 _ _
Y:_ _ _ 1 _ _
C:_ _ _ 1 _ _
---------------
Z:_ _ 1 1 _ _ (Carry & Result)

===============
step: 4
X:_ _ 1 _ _ _
Y:_ _ 0 _ _ _
C:_ _ 1 _ _ _
---------------
Z:_ 1 0 _ _ _ (Carry & Result)

===============
step: 5
X:_ 0 _ _ _ _
Y:_ 0 _ _ _ _
C:_ 1 _ _ _ _
---------------
Z:0 1 _ _ _ _ (Carry & Result)

Final Result:
Z = X + Y
Z:0 1 0 1 0 0 (= 20 decimal)
===============
decimal calc.: 13 + 7 = 20
```